Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
Машински факултет

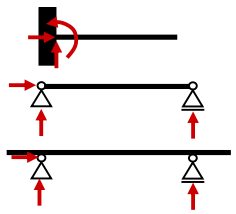
ЈАКОСТ НА МАТЕРИЈАЛИТЕ

9. ЛИНИСКИ СТАТИЧКИ НЕОПРЕДЕЛЕНИ НОСАЧИ

наставник: Проф. д-р Виктор Гаврилоски

9.1. ПОИМ ЗА СТАТИЧКИ НЕОПРЕДЕЛЕН НОСАЧ

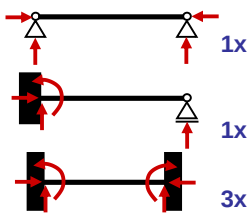
Статички определени:



За определување на реакциите доволни се статичките услови за рамнотежа

$$\sum X = 0 , \sum Y = 0 , \sum M = 0$$

Статички неопределени:



За решавање на статички неопределен носач потребни се дополнителни равенки од деформационите услови

9.2. РЕШАВАЊЕ НА СТАТ. НЕОПРЕД. ЛИНИСКИ НОСАЧИ СО МЕТОД НА СУПЕРПОЗИЦИЈА

9.2.1. ПОСТАПКА ЗА РЕШАВАЊЕ

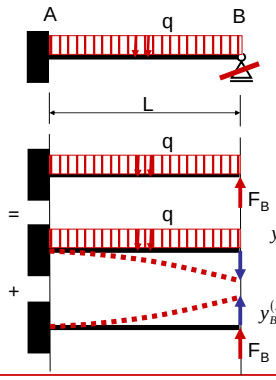
1. **Определување на степенот на стат. неопределеност :**

$$\boxed{m = n - s}$$

s - број на реакции што може да се опред. од стат. услови за рамнотежа
n - број на непознатите реакции
m - степен на статичката неопределеност

2. **Отфрлање на прекубројните потпори и нивна замена со непознати големини (реакции)**
3. **Поставување на услови на деформации на местата на отстранување на прекубројните врски.**
4. **Решавање на систем од алгебарски равенки и определување на прекубројните реакции**
5. **Цртање на дијаграмите на статичките големини**

9.2.2. ПРИМЕР НА ОДВИШНА ВРСКА ОД ПОДВИЖНО ЛЕЖИШТЕ



1) Носачот е еднаш стат. неопр.
2) Одвишната врска се отстранува и се заменува со непозната
3) Се поставува условот на деформација

$$\boxed{y_B = 0}$$

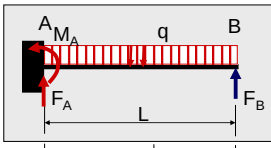
$$y_B^{(q)} = \frac{q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I_x}$$

$$y_B^{(F_B)} = -\frac{F_B \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_x}$$

$$y_B^{(q)} + y_B^{(F_B)} = 0$$

$$\frac{q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I_x} - \frac{F_B \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_x} = 0$$

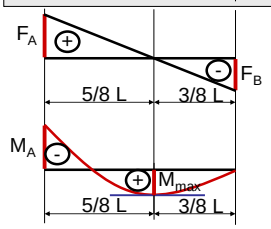
$$\boxed{F_B = \frac{3}{8} \cdot q \cdot L}$$



$$\boxed{F_B = \frac{3}{8} \cdot q \cdot L}$$

$$F_A = \frac{5}{8} \cdot q \cdot L$$

$$M_A = \frac{q \cdot L^2}{8}$$



$$F_{tr(x)} = F_A - q \cdot x = \frac{5}{8} \cdot q \cdot L - q \cdot x = 0$$

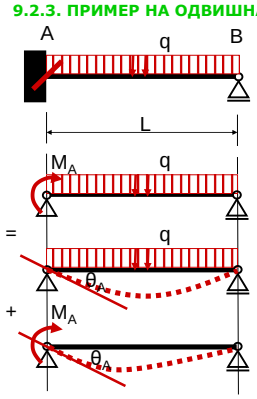
$$x = \frac{5}{8} \cdot L$$

$$M_{\max} = F_A \cdot x - M_A - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$M_{\max} = \frac{5}{8} \cdot q \cdot L \cdot \frac{5}{8} \cdot L - \frac{q \cdot L^2}{8} - q \cdot \frac{25}{2 \cdot 64} \cdot L^2$$

$$M_{\max} = \frac{9}{128} \cdot q \cdot L^2$$

9.2.3. ПРИМЕР НА ОДВИШНА ВРСКА ОД ВКЛЕШТУВАЊЕ



1) Носачот е еднаш стат. неопр.
2) Одвишната врска се отстранува и се заменува со непозната
3) Се поставува условот на деформација

$$\boxed{\theta_A = 0}$$

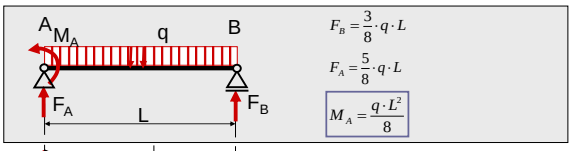
$$\theta_A^{(q)} = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_x}$$

$$\theta_A^{(M)} = \frac{M_A \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_x}$$

$$\theta_A^{(q)} + \theta_A^{(M)} = 0$$

$$\frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_x} + \frac{M_A \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_x} = 0$$

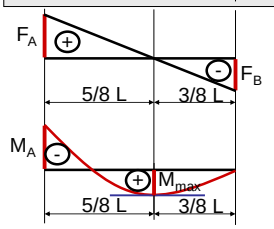
$$\boxed{M_A = -\frac{q \cdot L^2}{8}}$$



$$F_B = \frac{3}{8} \cdot q \cdot L$$

$$F_A = \frac{5}{8} \cdot q \cdot L$$

$$\boxed{M_A = \frac{q \cdot L^2}{8}}$$



$$F_{tr(x)} = F_A - q \cdot x = \frac{5}{8} \cdot q \cdot L - q \cdot x = 0$$

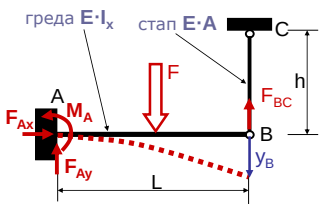
$$x = \frac{5}{8} \cdot L$$

$$M_{\max} = F_A \cdot x - M_A - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$M_{\max} = \frac{5}{8} \cdot q \cdot L \cdot \frac{5}{8} \cdot L - \frac{q \cdot L^2}{8} - q \cdot \frac{25}{2 \cdot 64} \cdot L^2$$

$$M_{\max} = \frac{9}{128} \cdot q \cdot L^2$$

9.2.4. ПРИМЕРИ СО ОДНАПРЕД ПОЗНАТИ ДЕФОРМАЦИИ

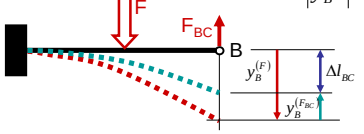


Услов од деформации:

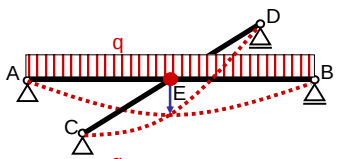
$$y_B = \Delta l_{BC}$$

$$y_B^{(F)} + y_B^{(F_{BC})} = \Delta l_{BC}$$

$$\left|y_B^{(F)}\right| - \left|y_B^{(F_{BC})}\right| = \left|\Delta l_{BC}\right|$$



$$\Delta l_{BC} = \frac{F_{BC} \cdot h}{E \cdot A}$$

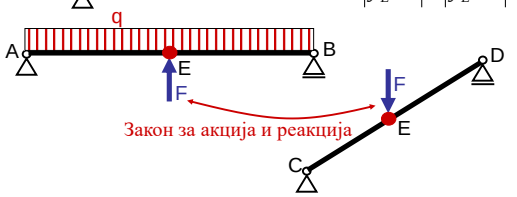


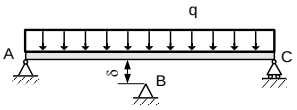
Услов од деформации:

$$y_E^{AB} = y_E^{CD}$$

$$y_E^{AB(q)} + y_E^{AB(F)} = y_E^{CD(F)}$$

$$\left|y_E^{AB(q)}\right| - \left|y_E^{AB(F)}\right| = \left|y_E^{CD(F)}\right|$$





Услов од деформации:

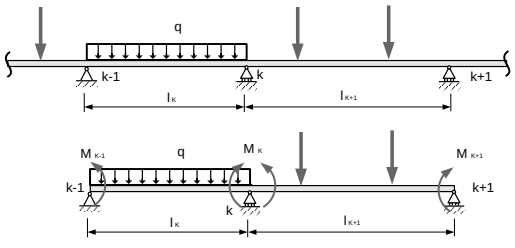
$$\boxed{y_B = \delta}$$

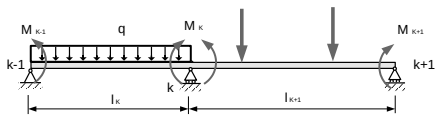
$$\frac{5q \cdot \ell^4}{384EI_x} - \frac{F_B \cdot \ell^3}{48EI_x} = \delta$$

$$F_B = \frac{48EI_x}{\ell^3}\left(\frac{5q \cdot \ell^4}{384EI_x} - \delta\right)$$

9.3. ТРОМОМЕНТНО ПРАВИЛО

Тромоментното правило базира на можноста за воведување на фиктивен зглоб и разложување на носачот на одреден број прости носачи.





Тромоментно правило (Равенка на три моменти) или Клапејронова равенка, применета за потпора "k"

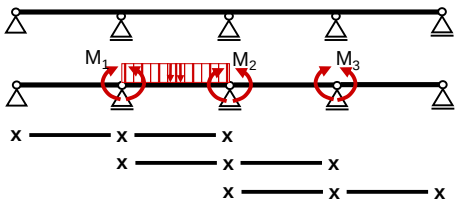
$$M_{k-1} \cdot \ell_k + 2M_k(\ell_k + \ell_{k+1}) + M_{k+1} \cdot \ell_{k+1} = 6EI_x\left(\sum \varphi_k^d - \sum \varphi_k^\ell\right)$$

$\sum \varphi_k^\ell$ - сума од сите наклони од надворешни сили за левиот дел од носачот

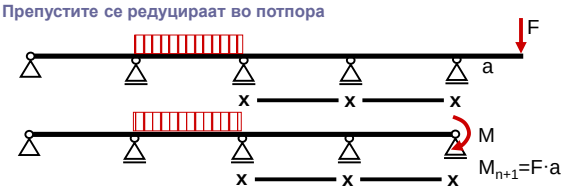
$\sum \varphi_k^d$ - сума од сите наклони од надворешни сили за левиот дел од носачот

Равенка се однесува за насоки на моментите како на сликата.

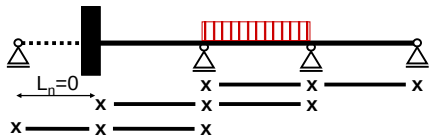
Тромоментните равенки се поставуваат во секоја потпора освен за првата и последната потпора ако не се вклештувања



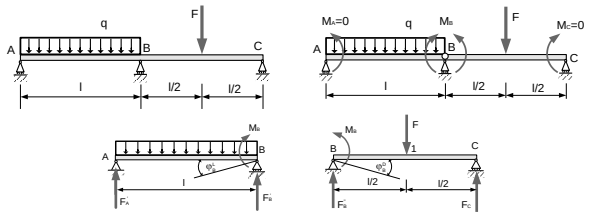
Препустите се редуцираат во потпора



Вклештувањето се заменува со неподвижно лежиште на растојание L=0



ПРИМЕРИ НА ПРИМЕНА НА ТРОМОМЕНТНО ПРАВИЛО



$$0\cdot l+2M_B\cdot(l+l)+0\cdot l=6EI_x\left(\frac{F\cdot l^2}{16EI_x}-\left(-\frac{q\cdot l^3}{24EI_x}\right)\right)$$

$$\boxed{M_B=\frac{5q\cdot \ell^2}{32}}$$