



## ЈАКОСТ НА МАТЕРИЈАЛИТЕ

### 4. ТОРЗИЈА

наставник: Проф. д-р Виктор Гаврилоски

---

---

---

---

---

---

---

---

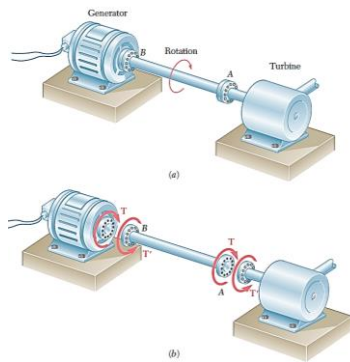
---

---



#### 4.1. ПОИМ ЗА ТОРЗИЈА

Торзијата претставува состојба на напрегање која се јавува под дејство на надворешни моменти околу надолжната оска на елементот.



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



На напрегање на торзија се изложени сите елементи кои пренесуваат снага како што се разни трансмисиони вратила, вратила на запчести преносници, вратила на електромотори, пумпи, вентилатори и др.



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---







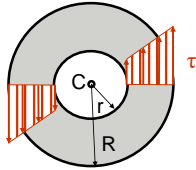
$$I_p = \frac{\pi \cdot D^4}{32} - \frac{\pi \cdot d^4}{32} = \frac{\pi \cdot D^4}{32} (1 - \psi^4)$$

$$W_p = \frac{I_p}{D/2} = \frac{\pi \cdot D^3}{16} (1 - \psi^4)$$

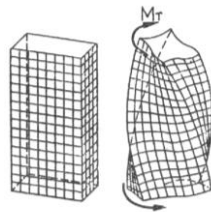
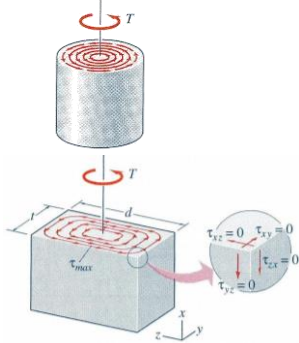
према дозволен напон

$$\frac{M_t}{\frac{\pi \cdot D^3}{16} (1 - \psi^4)} \leq \tau_{dt} \Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{dt} \cdot (1 - \psi^4)}}$$

**ШУПЛИВО ВРАТИЛО**  
прстенест напречен пресек

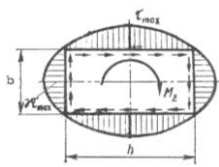


#### 4.6. ТОРЗИЈА НА ЕЛЕМЕНТИ СО НЕКРУЖЕН НАПРЕЧЕН ПРЕСЕК



доаѓа до депланација  
(искривување) на  
напречните пресеци

не важи хипотезата за  
рамни пресеци



$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t}$$

вредност на најголемите  
напони (на средина од  
подолгата страна)

$$W_t = \alpha \cdot b \cdot h$$

отпорен момент на торзија за  
некружен пресек

$$\theta = \frac{M_t \cdot L}{G \cdot I_t}$$

агол на усукување

$$I_t = \beta \cdot b^3 \cdot h$$

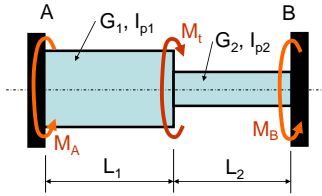
поларен момент на инерција  
за некружен пресек

распоред на напони  
по контурни точки  
за правоаголен  
напречен пресек

Табела: Торзиони константи за правоаголни елементи

d/t	1.00	1.50	1.75	2.00	2.50	3.00	4	6	8	10	∞
α	0.208	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.298	0.307	0.312	0.333
β	0.141	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.298	0.307	0.312	0.333

#### 4.7. СТАТИЧКИ НЕОПРЕДЕЛЕНИ НОСАЧИ ИЗЛОЖЕНИ НА ТОРЗИЈА



Статички услов за рамнотежа

$$\sum M_t = 0$$

$$M_A - M_t + M_B = 0$$

еднаш статички  
неопределен  
систем

---

---

---

---

---

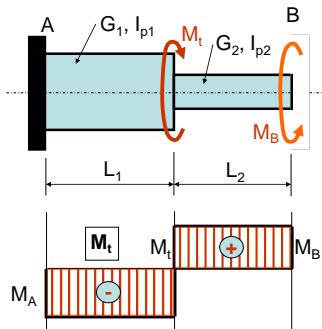
---

---

---

---

---



Деформационен услов:

$$\varphi_B = 0$$

$$\frac{M_B \cdot L_2}{G_2 \cdot I_{p2}} + \frac{M_B \cdot L_1}{G_1 \cdot I_{p1}} - \frac{M_t \cdot L_1}{G_1 \cdot I_{p1}} = 0$$

Решение:

$$M_B = \frac{M_t}{1 + \frac{G_1 \cdot I_{p1} \cdot L_2}{G_2 \cdot I_{p2} \cdot L_1}}$$

Од условот за рамнотежа:

$$M_A = M_t - M_B$$

---

---

---

---

---

---

---

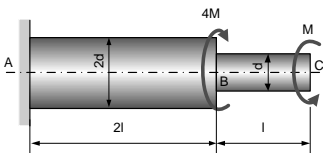
---

---

---

#### Пример 4.1:

Да се димензионира носачот прикажан на сликата и да се нацртаат дијаграмите на моментите, напоните и деформациите, ако е познато:  $M = M_t = 10 \text{ kNm}$ ,  $L = 1,4 \text{ m}$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ ,  $\tau_{\text{доz}} = 160 \text{ N/mm}^2$ .




---

---

---

---

---

---

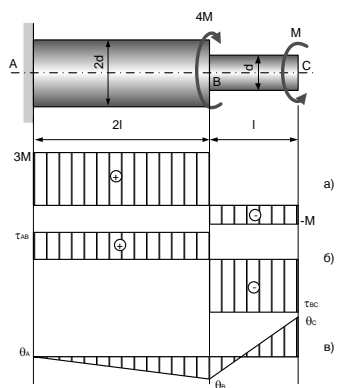
---

---

---

---






---



---



---



---



---



---



---