Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
Машински факултет

ВИБРАЦИИ ВО МАШИНСТВОТО

4. ПРИНУДНИ ОСЦИЛАЦИИ

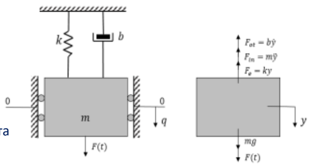
наставник: Проф. д-р Виктор Гаврилоски

4.4. ПРИНУДНИ ПРИДУШЕНИ ВИБРАЦИИ

Ако побудната сила $F(t) = Fsin\Omega t$ за диференцијалната равенка на системот се добива:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = Fsin\Omega t$$

$$\ddot{y} + 2\xi\dot{y} + \omega_n^2 y = \frac{F}{m} sin\Omega t$$



Решението на нехомогената диференцијална равенка е:

$$y = y_h + y_p$$

За стационарен режим движењето на системот е определено со партикуларното решение, односно :

$$y_p = y = C_1 sin\Omega t + C_2 cos\Omega t = Asin(\Omega t - \alpha)$$

Со определување на првиот и вториот извод на хомогеното решение и негова замена во равенката се добива

$$\left(C_1 {\omega_n}^2 - C_1\Omega^2 - 2\xi\Omega C_2 - \frac{F}{m}\right) sin\Omega t + (C_2\omega_n^2 - C_2\Omega^2 + 2\xi\Omega C_1) cos\Omega t = 0$$

Ова равенство е задоволено само ако истовремено се задоволени условите:

$$\left(C_1 {\omega_n}^2 - C_1\Omega^2 - 2\xi\Omega C_2 - \frac{F}{m}\right) = 0$$

$$(C_2\omega_n^2 - C_2\Omega^2 + 2\xi\Omega C_1) = 0$$

Од решението на равенките се определуваат непознатите интеграциони константи:

$$C_1 = \frac{F}{m}\frac{\omega_n^2 - \Omega^2}{(\omega_n^2 - \Omega^2)^{\,2} + 4\xi^2\Omega^2}$$

$$C_2 = -\frac{F}{m}\frac{2\xi\Omega}{(\omega_n^2 - \Omega^2)^{\,2} + 4\xi^2\Omega^2}$$

Вредноста на амплитудата е:

$$A=\sqrt{{C_1}^2+{C_2}^2}=\frac{F}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2-\Omega^2)\ ^2+4\xi^2\Omega^2}}=\frac{F}{k}\frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2/\omega_n^2)\ ^2+4\xi^2\Omega^2/\omega_n^2}}$$

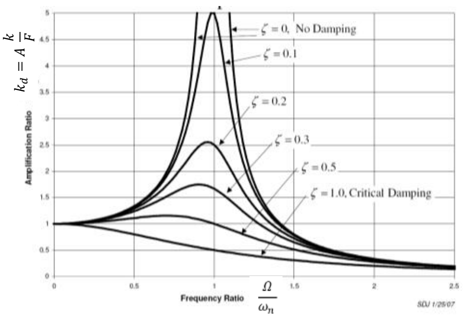
Динамичкиот коефициент k_d покажува колку пати максималното поместување при осцилирањето е поголемо од поместувањето предизвикано од статичко дејство на истата сила.

$$k_d=\frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2/{\omega_n}^2)\ ^2+4\xi^2\frac{\Omega^2}{{\omega_n}^2}}}\qquad\qquad k_d=A\,\frac{k}{F}$$

Вредноста на фазниот агол е:

$$tg\alpha=-\frac{C_2}{C_1}=\frac{2\xi\Omega}{\omega_n^2-\Omega^2}$$

Графичкиот приказ на вредноста на динамичкиот коефицент во зависност од односот на принудната и сопствената фреквенција е даден на сликата за различни вредности на придушувања :



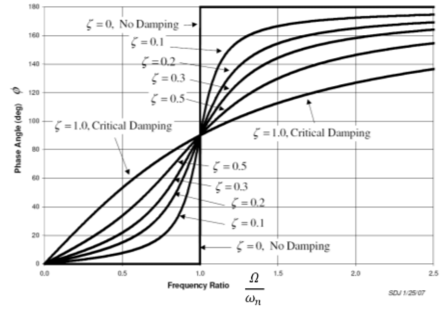
- Од сликата да се воочи дека сите криви се под кривата на нултото придушување, што значи дека со зголемување на придушувањето се намалуваат амплитудите односно побрзо се смируваат осцилациите. Максималните вредности за амплитудите не се постигнуваат за однос на фреквенциите еднаков на 1, туку за нешто помала вредност

- Кога фреквенцијата на нарушувачката сила е мала $\Omega \ll \omega_n$, динамичкиот коефициент се стреми кон единица, односно дејството на бавно променливата нарушувачка сила се сведува на статичко дејство и многу малку зависи од големината на отпорите.

- Влијанието на големината на отпорите е мало и кога $\Omega \gg \omega_n$, тогаш динамичкиот коефициент е помал од единица и неговата вредност и амплитудата асимтотски се приближуваат кон нула.

- Големината на отпорите значително влијае во резонантната зона и тоа кога односот Ω/ω_n е нешто помал од единица.

Графичкиот приказ на вредноста на фазниот агол во зависност од односот на принудната и сопствената фреквенција е даден на сликата за различни вредности на придушувања :

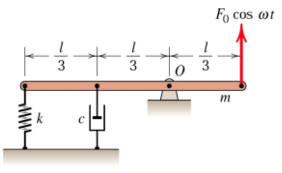


- Кога нема пригушување, силата и поместувањето на масата се во фаза ($\varphi = 0$), односно станува збор за предрезонантната област, додека во резонантното подрачје се во фаза ($\varphi = 180$). Поради тоа кривата на фазниот агол за време на појавата на резонанса покажува дисконтинуитет односно скок.
- Ако пригушувањето е еднакво на нула тогаш аголот φ добива точно вредност 0° или 180°. Останатите криви на графикот го покажуваат фазниот агол за вредности на пригушувањето помеѓу 0 и 1. Може да се забележи дека пригушувањето го ублажува резонантниот скок и во дијаграмот за амплитудита и за фазите.
- Во состојба на резонанса, фазниот агол е 90° независно од пригушувањето.

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ СКОПЈЕ
ВИБРАЦИИ ВО МАШИНСТВОТО
Проф. д-р Виктор Гаврилоски

ЗАДАЧА:

За системот прикажан на сликата да се определи диференцијалната равенка на движење.

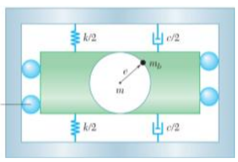


МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ СКОПЈЕ
ВИБРАЦИИ ВО МАШИНСТВОТО
Проф. д-р Виктор Гаврилоски

РЕШЕНИЕ:

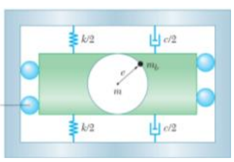
ЗАДАЧА:

На сликата е прикажан поедноставен модел на машина за перење алишта. Насобраните влажни алишта формираат ексцентрична маса m_b = 10 kg која предизвикува принудни вибрации. Масата на барабанот со масата на алиштата е 20 kg а радиусот на барабанот по кој се наоѓаат насобраните алишта е 25 cm. Ако се знае дека машината има еквивалентна крутост на пружините k = 1000 N/m и однос на пригушување c/c_{kr} = 0,05 и дека барабанот ротира со 250 вртежи во минута, да се определи амплитудата на принудните вибрации.



РЕШЕНИЕ:

Дадено е: m= 20 kg, k= 1000 N/m, n_f= 250 rpm, e= 25 cm, m_b= 10 kg
Да се определи: A_m



Се пресметува фреквенцијата на принудната сила и сопствената фреквенција на системот:

$$\Omega = \omega_f = \frac{(2\pi)(250)}{60} = 26{,}18\ \mathrm{rad/s} \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{20}} = 7{,}0711\ \mathrm{rad/s}$$

Се пресметува критичниот коефицент на пригушување c_{kr} и коефицентот на пригушување c

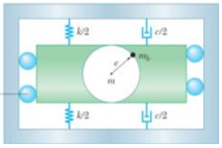
$$c_{kr} = 2\sqrt{km} = 2\sqrt{(1000)(20)} = 282{,}84\ \mathrm{N \cdot s/m}$$

$$c = \left(\frac{c}{c_{kr}}\right) c_{kr} = (0{,}05)(282{,}84) = 14{,}1421\ \mathrm{N \cdot s/m}$$

Нарушувачката сила од ексцентричната маса ќе биде:

$F_m = m_b\, e\, \omega_f^2$

$F_m = (10\ \text{kg})(0.25\ \text{m})(26.18\ \text{rad/s})^2 = 1713.48\ \text{N}$



Диф. р-ка на движење е:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_m \sin \Omega\, t$$

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{F_m}{m} sin\Omega t \qquad \xi = \frac{c}{2\, m} = 0{,}707$$

Со решавање на диф. р-ка и добивање на интеграционите константи, за амплитудата се добива:

$$A_m = \sqrt{{C_1}^2 + {C_2}^2} = \frac{F}{m}\frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega^2)^{\ 2} + 4\xi^2\Omega^2}} = \frac{F}{k}\frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2/\omega_n^2)^{\ 2} + 4\xi^2\Omega^2/\omega_n^2}}$$

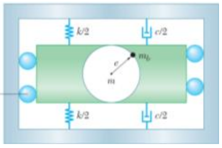
Друг облик на претходното равенство може да биде:

$$A_m = \frac{F_m}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + (c\,\Omega)^2}} = \frac{1713.48}{\sqrt{[1000-(20)(26{,}18)^2]^2 + [(14{,}1421)(26{,}18)]^2}} =$$

$$= \frac{1713.48}{\sqrt{(-12707{,}8)^2 + (370{,}24)^2}} = \frac{1713{,}48}{12713{,}2} = 0{,}13478\ \text{m}$$

$$\boxed{A_m = 134{,}8\ \text{mm}}$$

Што ќе се случи со амплитудата A_m ако принудната фреквенција се намали за половина?



Случај 1

$\Omega = 26.18\ \text{rad/s}$

$\omega_n = 7.0711\ \text{rad/s}$

Случај 2

$\Omega = 13.09\ \text{rad/s}$

$\omega_n = 7.0711\ \text{rad/s}$

$$A_m = \frac{F_m}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + (c\,\Omega)^2}}$$